

Übungsserie 5

Fassen Sie Ihre Lösungen zusammen in die ZIP-Datei *Name_S05.zip*. Laden Sie dieses File vor der nächsten Übungsstunde nächste Woche auf Moodle hoch.

Aufgabe 1 (40 Minuten):

Zu den folgenden Stützpunkten soll die natürliche kubische Splinefunktion bestimmt werden, d.h. bestimmen Sie die Koeffizienten a_i, b_i, c_i, d_i der kubischen Polynome S_i für $i = 0, 1, 2$ und geben Sie die $S_i(x)$ explizit an.

x_i	4	6	8	10
y_i	6	3	9	0

Scannen Sie ihre manuelle Lösung in die Datei *Name_S5_Aufg1.pdf*.

Aufgabe 2 (60 Minuten):

Implementieren Sie den Algorithmus zur Berechnung der natürlichen kubischen Splinefunktion $S(x)$ gemäss Skript in der Funktion `[yy] = Name_S5_Aufg2(x, y, xx)`. Dabei ist x der Vektor mit den $(n+1)$ gegebenen Stützstellen (aufsteigend sortiert) und y der analoge Vektor mit den bekannten Stützwerten. Der Vektor xx definiert die Werte, für die $yy = S(xx)$ berechnet werden soll. Dabei müssen die Werte von xx innerhalb des Intervalls $[x_0, x_n]$ liegen. Ihre Funktion soll zusätzlich $S(x)$ für die durch xx definierten Werte grafisch darstellen. Überprüfen Sie Ihre Funktion anhand Aufgabe 1.

Aufgabe 3 (20 Minuten):

Erstellen Sie ein Skript *Name_S5_Aufg3.py*, welches Ihnen die folgende Aufgaben löst:

a) Testen Sie Ihre Funktion aus Aufgabe 2 an der Zeitreihe der Bevölkerungszahl (in Mio.) der USA:

t	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
p(t)	75.995	91.972	105.711	123.203	131.669	150.697	179.323	203.212	226.505	249.633	281.422	308.745

b) Benutzen Sie mittels `from scipy import interpolate` die folgenden Interpolationsfunktionen von Scipy

- `interpolate.CubicSpline()` (siehe Online-Dokumentation)

um diese Messreihe durch eine natürliche kubische Splinefunktion zu interpolieren und vergleichen Sie das Resultat grafisch mit a).

c) Benutzen Sie die Funktionen

- `numpy.polyfit()`
- `numpy.polyval()`

um die Messdaten durch ein Polynom 11. Grades zu interpolieren. Verschieben Sie dazu die Zeitreihe von 1900 zum Jahr 0, bevor Sie `polyfit` anwenden (wissen Sie, weshalb?). Vergleichen Sie das Resultat grafisch mit a) und b).